

DUYARLILIK ANALİZİ VE DUALİTE UYGULAMALARI

DUYARLILIK ANALİZİ

Bir Doğrusal Programlama probleminin optimum çözümünü veren son simpleks tablosu elde edildiğinde, bu tablodaki bilgiler kullanılarak duyarlılık analizleri yapılabilir(Erdem, İ. 2017).

a) Karar değişkenlerinin amaç fonksiyonu katsayılarının değişim aralıklarının belirlenmesi

Son simpleks tablosunda, x_k karar değişkeninin katsayısı olan c_k 'nın değişim aralığı ne olmalıdır ki optimum çözümde yer alan temel değişkenlerin değerleri değişmesin?

Bu sorunun cevabını vermek için izlenecek adımlar aşağıdaki gibidir:

- Son simpleks tabloda yer alan c_k yerine $c_k + d_k$ konur.
- Bu değişiklik kullanılarak z_j ve $c_j - z_j$ satır vektörleri yeniden oluşturulur.
- Yeniden hesaplanmış olan $c_j - z_j$ satır vektörünün her elemanının; maksimizasyon probleminde " $c_j - z_j \leq 0$ " , minimizasyon probleminde " $c_j - z_j \geq 0$ " şartını ortak sağlayan d_k değişim miktarı için bir aralık belirlenir. Bu bulgu yardımıyla da c_k 'nın değişim aralığı bulunur.

Örnek: Örnek 1'de son tablo aşağıdaki biçimde elde edilmişti.

c_j			500	800	0	0	0
	TD	TDD	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
0	s_1	$900/120=15/2$	0	0	1	$3/4$	$-23/24$
800	x_2	$540/120=9/2$	0	1	0	$1/4$	$-1/24$
500	x_1	$36/24=3/2$	1	0	0	$-1/4$	$5/24$
	z_j	4350	500	800	0	75	$1700/24$
	$c_j - z_j$	--	0	0	0	-75	$-1700/24$

Burada, x_1 karar değişkeninin $c_1 = 500$ olan amaç fonksiyonu katsayısı için, optimalliği bozmayan bir değişim aralığı belirleyelim.

c_j			$500 + d_1$	800	0	0	0
	TD	TDD	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
0	s_1	900/120	0	0	1	$\frac{3}{4}$	-23/24
800	x_2	540/120	0	1	0	$\frac{1}{4}$	-1/24
$500 + d_1$	x_1	36/24	1	0	0	-1/4	5/24
	z_j	$4350+(36/24)d_1$	$500 + d_1$	800	0	$200-(500+d_1)/4$	$(1700+5d_1)/24$
	$c_j - z_j$	--	0	0	0	$-200+(500+d_1)/4$	$-(1700+5d_1)/24$

Optimalliğin bozulmaması için $c_j - z_j \leq 0$ şartının sağlanması gerekir. Böylece,

$$-200 + (500 + d_1)/4 \leq 0 \quad \text{ve} \quad -(1700 + 5d_1)/24 \leq 0$$

olmalıdır. Bu iki eşitsizlik d_1 için ortak çözümlerse;

$$d_1 \leq 300 \quad \text{ve} \quad d_1 \geq -340 \quad \text{bulunur.}$$

b) Kısıtların sağ taraf değerlerinin değişim aralıklarının belirlenmesi

Optimum çözümü veren simpleks tablosunu kullanarak kısıt i -nin sağ taraf değeri b_i 'nin değişim aralığı ne olmalıdır ki mevcut temel değişkenler aynı kalsın?

Bu sorunun cevabını vermek için izlenecek adımlar aşağıdaki gibidir:

- Son simpleks tabloda, aylak değişkenlere karşılık gelen matris alınır.
- Orijinal sağ taraf sabitlerinde b_i yerine $b_i + d_i$ konur ve sütun vektörü elde edilir.

(Aylak değişkenlere karşılık gelen matris)x(elde edilen sütun vektörü)

sonucu elde edilir.

- Elde edilen sonuçtaki her bir değer ≥ 0 şartını sağlaması gerektiği gerçeğinden hareketle d_i değişim miktarı için bir aralık belirlenir.

Bu aralık yardımıyla b_i 'nin değişim aralığı bulunur.

Örnek: (Erdem,İ., 2017).

$$\text{Max } Z: 3x_1 + 8x_2$$

$$\text{Kısıtlar: } 0x_1 + 8x_2 \leq 40$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 32$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Yukarıdaki problemin optimal çözümünü veren simpleks tablosu aşağıdadır.

c_j			3	8	0	0	0
	TD	TDD	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
8	x_2	4	0	1	0	-1/4	1/2
0	s_1	8	0	0	1	2	-4
3	x_1	8	1	0	0	1	-1
	z_j	56	3	8	0	1	1
	$c_j - z_j$	--	0	0	0	-1	-1

İkinci kısıtın sağ taraf sabiti olan 32 değeri için değişim aralığı ne olmalıdır ki, optimal çözümde temelde yer alan değişkenler aynı kalsın?

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ 32 + d_2 \\ 24 \end{bmatrix} \geq 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 - \frac{d_2}{4} \\ 8 + 2d_2 \\ 8 + d_2 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

olur. Buradan,

$$4 - \frac{d_2}{4} \geq 0 \Rightarrow d_2 \leq 16$$

$$8 + 2d_2 \geq 0 \Rightarrow d_2 \geq -4$$

$$8 + d_2 \geq 0 \Rightarrow d_2 \geq -8$$

olup $-4 \leq d_2 \leq 16$ aralığı elde edilir. Bunu kullanarak ikinci kısıtın sağ taraf sabitinin değişim aralığı;

$$b_2 = 32 + d_2 \Rightarrow 28 \leq b_2 \leq 48 \text{ bulunur.}$$

Yani ikinci kısıtın sağ taraf değeri $[28, 48]$ aralığında hangi değeri alırsa alsın, temeldeki değişkenler aynı kalır.

NOT: (Kaynakların marjinal değerlerinin belirlenmesi)

Optimal çözümü veren son simpleks tablosundaki aylak ve artık değişkenlere karşılık gelen z_j değerleri mevcut kaynakların marjinal değerleridir. (Gölge fiyatlarıdır)

Gölge fiyatlar, bir birim ilave kaynağın eklenmesi ile amaç fonksiyonunda gerçekleşen gelişme ve ilerleme olarak tanımlanır.

DUALİTE (İKİLİLİK)

n tane değişken ve m tane kısıtlayıcı bulunan bir Doğrusal Programlama problemi genel olarak aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\text{Max (veya Min) } Z: c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{Kısıtlayıcılar: } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Böyle bir problem, matris formunda;

$$c^T = (c_1, c_2, \dots, c_n) \quad ; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \quad ; \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} \quad ; \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

olmak üzere,

$$\text{Max (veya Min) } Z: c^T X$$

$$\text{Kısıtlayıcılar: } AX \leq b$$

$$X \geq 0$$

biçiminde olur. Buna, orijinal problem (primal problem) denir.

Her doğrusal programlama problemi ile yakından ilişkili başka bir doğrusal programlama problemi daha vardır. Buna, orijinal problemin (Primal Problemin) duali (ikizi, ikilisi) adı verilir. Dual problemin duali alındığında, primal problem elde edilir.

- Primal ve dual problemlerden birinin optimum çözümü varsa, diğ erinin de optimum çözümü vardır.
- Optimum çözüm noktasında amaç fonksiyonu değerleri aynıdır.
- Bu iki problem den birinin optimum çözümü bulunursa, optimum çözümü veren simpleks tablosundan yararlanarak diğ erinin optimum çözümü bulunabilir.

- Primal ve dual problemlerden birinin çözümü diğerine göre daha kolaydır. Kolay olanın çözülmesi tercih edilir.

Dual problem elde edilirken önce, orijinal problem kononik forma sokulur. (Kısıtların sağ taraf sabitleri pozitif olacak, eşitsizliklerin tümü aynı yönde olacak). Daha sonra aşağıdaki biçimde dual alınır:

<u>Primal Problem</u>	<u>Dual Problem</u>	<u>Dual Problemin Duali (Primal)</u>
$Max Z: c^T X$	$Min Z: b^T Y$	$Max Z: c^T X$
$K.lar: AX \leq b$	$K.lar: A^T Y \geq c$	$K.lar: AX \leq b$
$X \geq 0$	$Y \geq 0$	$X \geq 0$

Değişken karmaşasını önlemek için, Dual problemin değişkenlerini Y ile gösterdik.

<u>Primal Problem</u>	<u>Dual Problem</u>	<u>Dual Problemin Duali (Primal)</u>
$Min Z: c^T X$	$Max Z: b^T Y$	$Min Z: c^T X$
$K.lar: AX \geq b$	$K.lar: A^T Y \leq c$	$K.lar: AX \geq b$
$X \geq 0$	$Y \geq 0$	$X \geq 0$

Örnek: Erdem, İ.(2017, s:142). Aşağıdaki doğrusal programlama probleminin dualini alalım.

$$Min Z: 224x_1 + 280x_2 + 184x_3 \quad (\text{Primal})$$

$$K.lar: 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 \geq 3$$

$$5x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq 4$$

$$4x_1 - 5x_2 + 4x_3 \geq 5$$

$$3x_1 + 10x_2 - 2x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Dual problem,

$$Max Z: 3y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 4y_4$$

$$K.lar: 2y_1 + 5y_2 + 4y_3 + 3y_4 \leq 224$$

$$5y_1 + 4y_2 - 5y_3 + 10y_4 \leq 280$$

$$2y_1 + 4y_2 + 4y_3 - 2y_4 \leq 184$$

c_j 3 4 5 4 0 0 0 ORAN

	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	y_4	s_1	s_2	s_3	
0	s_1	40	0	1	0	5	1	0	-1	40/5=8
0	s_2	510	15/2	9	0	15/2	0	1	5/4	1020/15=68
5	y_3	46	2/4	1	1	-2/4	0	0	1/4	-----
	z_j	230	10/4	5	5	-10/4	0	0	5/4	
	$c_j - z_j$	---	2/4	-1	0	26/4	0	0	-5/4	

c_j 3 4 5 4 0 0 0 ORAN

	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	y_4	s_1	s_2	s_3	
4	y_4	8	0	1/5	0	1	1/5	0	-1/5	----
0	s_2	450	15/2	15/2	0	0	-15/10	1	11/4	900/15=60
5	y_3	50	2/4	11/10	1	0	1/10	0	3/20	200/2=100
	z_j	282	10/4	63/10	5	4	13/10	0	-1/20	
	$c_j - z_j$	---	2/4	-23/10	0	0	-13/10	0	1/20	

c_j 3 4 5 4 0 0 0 ORAN

	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	y_4	s_1	s_2	s_3	
4	y_4	8	0	1/5	0	1	1/5	0	-1/5	
3	y_1	60	1	1	0	0	-2/10	2/15	11/30	
5	y_3	20	0	3/5	1	0	1/5	-1/15	-1/30	
	z_j	312	3	34/5	5	4	6/5	1/15	4/30	
	$c_j - z_j$	---	0	-14/5	0	0	-6/5	-1/15	-4/30	

$c_j - z_j \leq 0$ dir. O halde optimal çözüm bulunmuştur.

Optimal çözüm: $y_1 = 60$, $y_2 = 0$, $y_3 = 20$, $y_4 = 8$, $s_1 = 0$, $s_2 = 0$, $s_3 = 0$, Max Z = 312 olarak elde edilir.

Son simpleks tablodaki bilgilerden yararlanarak Primal problemin çözümü;

$x_1 = 6/5$, $x_2 = 1/15$, $x_3 = 4/30$, $x_4 = 8$, $s_1 = 0$, $s_2 = 14/5$, $s_3 = 0$, $s_4 = 0$, Max Z = 312 olarak elde edilir.

YUKARIDAKİ KONULARI GÖRMÜŞTÜK.

En son çözdüğümüz problemi tekrar ele alalım. (Sayfa 147, erdem İ.)

SORU.

- a) Buradaki y_3 değişkeninin katsayısı olan 5 için değişim aralığını bulunuz.
 b) Birinci kısıtın sağ taraf sabiti olan 224 için değişim aralığını bulunuz.

$$\text{Max } Z: 3y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 4y_4$$

$$\text{K. lar: } 2y_1 + 5y_2 + 4y_3 + 3y_4 \leq 224$$

$$5y_1 + 4y_2 - 5y_3 + 10y_4 \leq 280$$

$$2y_1 + 4y_2 + 4y_3 - 2y_4 \leq 184$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

Çözüm: a) Optimal simpleks çözüm tablosu aşağıdaki gibi elde edilmişti.

c_j			3	4	5	4	0	0	0
	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	y_4	s_1	s_2	s_3
4	y_4	8	0	1/5	0	1	1/5	0	-1/5
3	y_1	60	1	1	0	0	-2/10	2/15	11/30
5	y_3	20	0	3/5	1	0	1/5	-1/15	-1/30
	z_j	312	3	34/5	5	4	6/5	1/15	4/30
	$c_j - z_j$	---	0	-14/5	0	0	-6/5	-1/15	-4/30

c_j			3	4	$5 + d_3$	4	0	0	0
	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	y_4	s_1	s_2	s_3
4	y_4	8	0	1/5	0	1	1/5	0	-1/5
3	y_1	60	1	1	0	0	-2/10	2/15	11/30
$5 + d_3$	y_3	20	0	3/5	1	0	1/5	-1/15	-1/30
	z_j	$312 + 20d_3$	3	$34/5 + 3d_3/5$	$5 + d_3$	4	$6/5 + d_3/5$	$1/15 - d_3/15$	$4/30 - d_3/30$
	$c_j - z_j$	---	0	$-14/5 - 3d_3/5$	0	0	$-d_3/5 - 6/5$	$d_3/15 - 1/15$	$d_3/30 - 4/30$

$c_j - z_j \leq 0$ kriterinden,

$$-\frac{14}{5} - \frac{d_3}{5} \leq 0, \quad -\frac{d_3}{5} - \frac{6}{5} \leq 0, \quad \frac{d_3}{15} - \frac{1}{15} \leq 0, \quad \frac{d_3}{30} - \frac{4}{30} \leq 0 \text{ olur. Buradan,}$$

$$-4.67 \leq d_3 \leq 1$$

elde edilir.

$$c_3 = 5 + d_3 \Rightarrow$$

$$0,33 \leq c_3 \leq 6$$

bulunur.

Çözüm: b) Son simpleks tablo aşağıda verilmiştir.

c_j			3	4	5	4	0	0	0	ORAN
	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	y_4	s_1	s_2	s_3	
4	y_4	8	0	1/5	0	1	1/5	0	-1/5	
3	y_1	60	1	1	0	0	-2/10	2/15	11/30	
5	y_3	20	0	3/5	1	0	1/5	-1/15	-1/30	
	z_j	312	3	34/5	5	4	6/5	1/15	4/30	
	$c_j - z_j$	---	0	-14/5	0	0	-6/5	-1/15	-4/30	

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{10} & \frac{2}{15} & \frac{11}{30} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{15} & -\frac{1}{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 224 + d_1 \\ 280 \\ 184 \end{bmatrix} \geq 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 8 + \frac{d_1}{5} \\ 60 - \frac{d_1}{5} \\ 20 + \frac{d_1}{5} \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$8 + \frac{d_1}{5} \geq 0, \quad 60 - \frac{d_1}{5} \geq 0, \quad 20 + \frac{d_1}{5} \geq 0 \text{ 'den}$$

$$-40 \leq d_1 \leq 300$$

olur.

$$b_1 = 224 + d_1 \Rightarrow$$

$$184 \leq b_1 \leq 524$$

bulunur.

ÖDEV: (Sayfa 147, erdem İ.)

$$\text{Max } Z: 3y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 4y_4$$

$$\text{K. lar: } 2y_1 + 5y_2 + 4y_3 + 3y_4 \leq 224$$

$$5y_1 + 4y_2 - 5y_3 + 10y_4 \leq 280$$

$$2y_1 + 4y_2 + 4y_3 - 2y_4 \leq 184$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

Problemindeki $c_1 = 3$, $c_2 = 4$, $c_4 = 4$, $b_2 = 280$, $b_3 = 184$ parametreleri için değişim aralıklarını belirleyiniz.

Örnek. Aşağıdaki problemi çözüp yorumlayınız.

$$\text{Min } Z: 10y_1 + 6y_2 + 8y_3$$

$$\text{K.lar: } y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 2$$

$$5y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 1$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

$$\text{Min } Z: 10y_1 + 6y_2 + 8y_3 + 0v_1 + 0v_2 + MA_1 + MA_2$$

$$\text{K.lar: } y_1 + y_2 + 2y_3 - v_1 + A_1 = 2$$

$$5y_1 + 3y_2 + 2y_3 - v_2 + A_2 = 1$$

$$y_1, y_2, y_3, v_1, v_2, A_1, A_2 \geq 0$$

c_j			10	6	8	0	0	M	M
	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	v_1	v_2	A_1	A_2
M	A_1	2	1	1	2	-1	0	1	0
M	A_2	1	5	3	2	0	-1	0	1
	z_j	3M	6M	4M	4M	-M	-M	M	M
	$c_j - z_j$	---	10-6M	6-4M	8-4M	M	M	0	0
M	A_1								
10	y_1								
	z_j								
	$c_j - z_j$								
M	A_1								
8	y_3								
	z_j								
	$c_j - z_j$								
0	v_2	1	-4	-2	0	-1	1	1	-1
8	y_3	1	1/2	1/2	1	-1/2	0	1/2	0
	z_j	8	4	4	8	-4	0	4	0
	$c_j - z_j$	---	6	2	0	4	0	M-4	M

NOT: Minimizasyon probleminde anahtar sütün olarak, $c_j - z_j$ değerleri içerisinden en kk olanın bulunduęu sütün seçilir.

NOT: Minimizasyon probleminde $c_j - z_j \geq 0$ olduęu ařamada optimal çözüm elde edilmiř demektir.

$c_j - z_j \geq 0$ olduğundan optimal çözümüne ulaşılmıştır. özüm;

$y_1 = 0$, $y_2 = 0$, $y_3 = 1$, $v_1 = 0$, $v_2 = 1$, $\text{Min } Z = 8$ 'dir.

řimdi, bu problemin dualini alıp çözelim.

Primal problem: $Min Z: 10y_1 + 6y_2 + 8y_3$
K.lar: $y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 2$
 $5y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 1$
 $y_1, y_2, y_3 \geq 0$

Dual problem: $Maz Z: 2x_1 + 1x_2$
K.lar: $x_1 + 5x_2 \leq 10$
 $x_1 + 3x_2 \leq 6$
 $2x_1 + 2x_2 \leq 8$
 $x_1, x_2 \geq 0$

Standart biçim: $Maz Z : 2x_1 + 1x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$
K.lar: $x_1 + 5x_2 + s_1 = 10$
 $x_1 + 3x_2 + s_2 = 6$
 $2x_1 + 2x_2 + s_3 = 8$
 $x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$

c_j			2	1	0	0	0
	TD	TDD	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
0	s_1	10	1	5	1	0	0
0	s_2	6	1	3	0	1	0
0	s_3	8	2	2	0	0	1
	z_j	0	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	---	2	1	0	0	0
0	s_1	6	0	4	1	0	-1/2
0	s_2	2	0	2	0	1	-1/2
2	x_1	4	1	1	0	0	1/2
	z_j	8	2	2	0	0	1
	$c_j - z_j$	---	0	-1	0	0	-1

$c_j - z_j \leq 0$ olduğundan optimal çözüme ulaşılmıştır. Çözüm;

$x_1 = 4$, $x_2 = 0$, $s_1 = 6$, $s_2 = 2$, $s_3 = 0$, $Max Z = 8$ 'dir.

Primal problemin optimal çözüm tablosu:

c_j			10	6	8	0	0	M	M
	TD	TDD	y_1	y_2	y_3	v_1	v_2	A_1	A_2
0	v_2	1	-4	-2	0	-1	1	1	-1
8	y_3	1	1/2	1/2	1	-1/2	0	1/2	0
	z_j	8	4	4	8	-4	0	4	0
	$c_j - z_j$	---	6	2	0	4	0	M-4	M

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 1, \quad v_1 = 0, \quad v_2 = 1, \quad \text{Min } Z = 8$$

Dual problemin optimal çözüm tablosu:

c_j			2	1	0	0	0
	TD	TDD	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
0	s_1	6	0	4	1	0	-1/2
0	s_2	2	0	2	0	1	-1/2
2	x_1	4	1	1	0	0	1/2
	z_j	8	2	2	0	0	1
	$c_j - z_j$	---	0	-1	0	0	-1

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 0, \quad s_1 = 6, \quad s_2 = 2, \quad s_3 = 0, \quad \text{Max } Z = 8$$

Örnek: (s.153). Aşağıda üç farklı maksimizasyon tipi problemin bazı çözüm tablosu bilgileri verilmiştir. Her bir problem için,

- Optimum çözüm varsa belirtiniz
- Optimum çözüm yoksa nedenini belirtiniz.
- Birden fazla optimum çözüm varsa, alternatif çözümü de bulunuz.

c_j			55	40	0	0	0	0	- M
	TD	TDD	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	A_4
40	x_2	12	0	1	8/25	0	-3/25	0	0
0	s_2	8	0	0	-8/25	1	3/25	0	0
55	x_1	30	1	0	-5/25	0	5/25	0	0
-M	A_4	8	0	0	-3/25	0	-2/25	-1	1
	z_j	2310-8M	55	40	(45+3M)/25	0	(1555+2M)/25	M	-M
	$c_j - z_j$	---	0	0	-(45+3M)/25	0	-(1555+2M)/25	-M	0

Tüm $c_j - z_j \leq 0$ olduğundan bu tablo, son simpleks tablodur.

Çözümde yapay değişken(A_4) yer aldığı için problemin çözümü yoktur.

c_j			2	1	0	0	0	-M	-M
	TD	TDD	y_1	y_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_3
2	y_1	3/2	2	0	-1/4	0	3/4	1/4	-3/4
0	s_2	15	1	0	-1/2	1	-3/2	1/2	3/2
1	y_2	2	0	1	0	0	-1	0	1
	z_j	5	2	1	-1/2	0	1/2	1/2	-1/2
	$c_j - z_j$	---	0	0	1/2	0	-1/2	-M-1/2	-M+1/2

Tüm $c_j - z_j \leq 0$ OLMADIĞINDAN bu tablo, son simpleks tablo DEĞİLDİR.

s_1 değişkeni çözüme girmeye aday değişkendir. Ancak, sütununda bulunan değerlerin hepsi negatif yada sıfır olduğundan anahtar satır seçilemez. Dolayısıyla amaç fonksiyonunun değeri sonsuza gider.

c_j			4	2	2	0	0	0	-M
	TD	TDD	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	A_1
4	x_1	4	1	2	1/2	0	0	1/2	0
0	s_2	6	0	0	-1/2	0	1	-1/2	0
0	s_1	6	0	3	0	1	0	1	-1
	z_j	16	4	8	2	0	0	2	0
	$c_j - z_j$	---	0	-6	0	0	0	-2	-M

Tüm $c_j - z_j \leq 0$ olduğundan bu tablo, son simpleks tablodur. Optimal çözüm;

$x_1 = 4$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $s_1 = 6$, $s_2 = 6$, $s_3 = 0$, $A_1 = 0$, $\text{Max } Z = 16$ 'dır.

x_3 karar değişkeni temelde değildir ($x_3 = 0$) ancak $c_j - z_j$ satırında kendisine karşılık gelen değer sıfırdır. Bu durumda problemin alternatif çözümü vardır. (x_3 işleme girebilecek olan değişkendir.)

Alternatif çözüm, x_3 işleme girdiği zaman elde edilir. x_3 işleme gireceği zaman, x_1 'in işleminden çıkması gerekir. Bu durumda aşağıdaki tablo elde edilir.

c_j			4	2	2	0	0	0	-M
	TD	TDD	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	A_1
2	x_3	8	2	4	1	0	0	1	0
0	s_2	10	1	2	0	0	1	0	0
0	s_1	6	0	3	0	1	0	1	-1
	z_j	16	4	8	2	0	0	2	0
	$c_j - z_j$	---	0	-6	0	0	0	-2	-M

Tüm $c_j - z_j \leq 0$ olduğundan bu tablo, son simpleks tablodur. Optimal çözüm;

$x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 8$, $s_1 = 6$, $s_2 = 10$, $s_3 = 0$, $A_1 = 0$, $\text{Max } Z = 16$ 'dır.

Bu tablo da bize alternatif çözüm olduğunu belirtmektedir. **NİÇİN?**

Buradaki alternatif çözümü elde etmek istediğimizde bir önceki tabloya ulaşırız. **NASIL?**

